

**السؤال الأول: (36)**

1- ناقش حسب قيم  $\alpha$  بالاعتماد على طريقة غاوس الحل لجملة المعادلات الخطية التالية ~~مبين ترتيب المصفوفة~~

$$x + y + (1 - \alpha)z = \alpha^2$$

$$x + (1 - \alpha)y + z = \alpha$$

$$(1 - \alpha)x + y + z = 1$$

في كل حالة (دون ايجاد الحل):

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

2\_ ليكن لدينا المصفوفة

a- هل يمكن كتابة الشكل التريعي المقابل للمصفوفة  $A$  ولماذا.

b- اوجد القيم الذاتية وأحد الأشعة الذاتية فقط للمصفوفة  $A$ .

c- اوجد مقلوب المصفوفة  $A$  حسب نظرية كايلي-هاملتون.

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

3- اثبت ان قيمة المحدد التالي تقبل القسمة على (3) بالاعتماد على الخواص

**السؤال الثاني: (44)**

1- ادرس تقارب وتباعد كل من المتسلسلات التالية:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + e^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 (10)^n} (2x-3)^n$$

2- اوجد مجال التقارب والتباعد للمتسلسلة:

$$y = \arg sh x + (\sin x)^x + \sqrt[3]{x^2 + 1}$$

3- اوجد مشتق التابع

4- اوجد النهايتين التاليتين:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 5}{2x + 1} \right)^x$$

يمنع استخدام الآلات الحاسبة او وضع أي علامة مميزة على ورقة الاجابة





السؤال الثاني (24)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n} \quad a_n = \frac{n!}{5^n} \Rightarrow a_{n+1} = \frac{(n+1)!}{5^{n+1}} \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!}{5^{n+1}} \cdot \frac{5^n}{n!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{5} = \frac{1}{5} < 1 \quad (2)$$

بموجب المعيار النسبي متسلسلة

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 (10)^n} (2x-3)^n \quad (*) \quad (3)$$

متسلسلة قوى نأخذ القيمة الحدية العام

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 (10)^n} |2x-3|^n \quad a_n \quad (4)$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2 (10)^{n+1}} |2x-3|^{n+1} \quad (5)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|2x-3|^{n+1}}{(n+1)^2 (10)^{n+1}} \cdot \frac{n^2 (10)^n}{|2x-3|^n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|2x-3|}{10} \cdot \frac{n^2}{n^2 + 2n + 1} \quad (12)$$

$$= \frac{|2x-3|}{10} \quad (6) \quad \Leftrightarrow$$

$$|2x-3| < 10 \Leftrightarrow -10 < 2x-3 < 10 \Leftrightarrow -7 < 2x < 13 \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < x < \frac{13}{2} \quad (7)$$

نلاحظ ان  $2x-3 = \pm 10$

عند  $2x+3=10 \Rightarrow x=3.5$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 (10)^n} (10)^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$   $\alpha=2$  متقاربة

عند  $2x+3=-10 \Rightarrow x=-6.5$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 (10)^n} (-10)^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$   $\alpha=2$  متقاربة

وهي متسلسلة متناوبة نأخذ القيمة الحدية العام

الحال العام ينهل على المتسلسلة المتناوبة السابقة

إذا هي متقاربة ملاحظة (7)

إذا  $I = [-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}]$  مجال التقارب

الباقي = (1)  $\mathbb{R} \setminus I$

$$y = \frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{1+(sin x)^2} = \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{B}$$

$$A = (sin x)^2 \Rightarrow \ln A = x \ln (sin x)$$

$$\frac{A}{A} = \ln (sin x) + x \cot x \rightarrow [10]$$

$$A' = (sin x)^2 [ \ln (sin x) + x \cot x ] \quad (1)$$

$$B' = \frac{1}{5} (x^2+1)^{-\frac{2}{5}} (2x) \quad (2)$$

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e-1} \right) = 0 \quad (1)$$

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x(e^x - 1)} = \frac{0}{0} \quad (2)$$

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{e^x - 1 + x e^x} = \frac{0}{0} = 0 \quad (11)$$

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{e^x + e + x e^x} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x+1} \right)^x = 1 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1 + \frac{5}{2x}}{1 + \frac{1}{2x}} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1 + \frac{5}{x}}{1 + \frac{1}{x}} \right)^x$$

$$= \frac{e^5}{e} = e^4 \quad (1)$$



سلام تجميع طاقه الرياضيات / طاقه سنه 4 - 11 - 19

السؤال الاول (36)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & (1-\alpha) & \alpha^2 \\ 1 & 1-\alpha & 1 & \alpha \\ (1-\alpha) & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} -R_1 + R_2 \\ \textcircled{1} \\ -(1-\alpha)R_1 + R_3 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & (1-\alpha) & \alpha^2 \\ 0 & -\alpha & \alpha & \alpha - \alpha^2 \\ 0 & \alpha & -(1-\alpha)^2 + 1 & -\alpha^2(1-\alpha) + 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_2 + R_3 \\ \textcircled{1} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1-\alpha & \alpha^2 \\ 0 & -\alpha & \alpha & \alpha - \alpha^2 \\ 0 & 0 & -\alpha^2 + 3\alpha & \alpha^3 - 2\alpha^2 + \alpha + 1 \end{bmatrix}$$

$$-\alpha^2 + 3\alpha = 0 \Rightarrow \alpha(-\alpha + 3) = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \vee \alpha = 3$$

$$\alpha = 0 \quad \text{rank } A = 1 \neq \text{rank } \tilde{A} = 2 \quad \textcircled{1}$$

$$\alpha = 3 \quad \text{rank } A = 2 \neq \text{rank } \tilde{A} = 3 \quad \textcircled{1}$$

$$\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0, 3\} \quad \text{rank } A = \text{rank } \tilde{A} = 3 = n \quad \textcircled{1}$$

لا يمكن كتابتها الى التريبيتي لانها دلتوق غير قسامة

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 & 1 \\ 1 & 3-\lambda & 1 \\ 1 & 2 & 2-\lambda \end{vmatrix} = \textcircled{2}$$

$$= -\lambda^3 + 7\lambda^2 - 11\lambda + 5 \quad \textcircled{4}$$

$$\Delta(\lambda) = 0 \Leftrightarrow \lambda = 5 \vee \lambda = 1 \quad \textcircled{3}$$

السؤال الثاني العاقل ل

$$x + 2y + 3z = 0 \Rightarrow x = -2y - 3z \quad \textcircled{1}$$

$$E_{\lambda=1} = \{(x, y, z) : (x, y, z) = \alpha(-2, 1, 0) + \beta(-1, 0, 1) : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} \quad \textcircled{2}$$

حسب نظريته كابل هاملتون

$$\Delta(A) = [0]$$

$$-A^3 + 7A^2 - 11A + 5I_3 = [0]$$

نضرب الطرفين بـ  $A^{-1}$

$$-A^2 + 7A - 11I_3 + 5A^{-1} = [0] \quad \textcircled{1}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{5} [A^2 - 7A + 11I_3] \quad \textcircled{1}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 7 & 12 & 6 \\ 6 & 13 & 6 \\ 6 & 12 & 7 \end{bmatrix} \quad \textcircled{2}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \quad \textcircled{1}$$

c- نضرب الحد الثالثه على عدد  
اذا كان هذا سطره او اعمدة  
من مضاعفات هذا العدد

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 3 \end{vmatrix} \xrightarrow{C_2+C_1, C_3+C_1} \begin{vmatrix} 6 & 2 & 11 \\ 9 & 3 & 1 \\ 12 & 5 & 3 \end{vmatrix} \quad \textcircled{2}$$

نلاحظ انه العدد الاول نضرب القسمه  
على (3) اذا فيه الحد نضرب القسمه  
على (3)

5