



RODRIGUEZ BERNABLE

APELLIDOS

CHARLES ADRIAN

NOMBRES

2 0 0 7 1 2 0 3

CODIGO

[Signature]
FIRMA

39

NUMERO

UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA LA MOLINA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Curso: CALCULO DIFERENCIAL

Grupo: A

2^{DA} PRÁCTICA CALIFICADA

Tipo de Evaluación

La Molina, 26 de MAYO de 2008

20

NOTA

Felicitaciones!

[Signature]

Firma del Profesor que califica

ADVERTENCIA: El orden en el desarrollo de la evaluación y su expresión gramatical influirán en la calificación.

INDICACIONES PARA EL ALUMNO EN LA ULTIMA PAGINA

SEGUNDA PRÁCTICA DE CÁLCULO DIFERENCIAL

Grupo: A

1. Sea f la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x^2 - 1} & ; 1 \leq x < 5 \\ \frac{x+4}{x+2} & ; x < -2 \end{cases}$$

Hallar f^{-1} , si existe; graficar f y f^{-1} .

2. Graficar la función f , para un periodo e indicar su dominio y rango.

$$f(x) = -2 + 3 \cos\left(\frac{2\pi}{7}(3 - 2x)\right)$$

3. Graficar y hallar el rango de la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 3^x \operatorname{Sgn}(x^2 - 1) & ; x \in \langle -1, 4 \rangle \\ \log_3(x+4) & ; x \in \langle -4, -1 \rangle \end{cases}$$

4. Dada la ecuación paramétrica de la curva C :

$$C: \begin{cases} x = t^2 \\ y = t^4 + 3t^2 - 1 \end{cases} ; t > 0,$$

hallar su ecuación cartesiana y graficarla.

5. Dadas las funciones f y g definidas por:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4} & ; x \in \langle -3, 0 \rangle \\ e^{x-2} & ; x \in \langle 0, 2 \rangle \\ x^2 \operatorname{Sgn}(1-x^2) & ; x \in \langle 3, +\infty \rangle \end{cases} \quad y \quad g(x) = \begin{cases} |x^3 - 8| & ; x \in [-2, 2] \\ 5 & ; x \in [3, +\infty) \end{cases}$$

hallar: a) $\left(\frac{g-f}{f \cdot g}\right)(x)$ b) $\left(\frac{g(0)+2f(4)}{f(0)}\right)$.

PROBLEMA N° 1

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x^2 - 1} & ; 1 \leq x < 5 \\ \frac{x+4}{x+2} & ; x < -2 \end{cases}$$

• Para que f^{-1} exista tenemos que probar que f es INYECTIVA:

* SEA: $f_1(x) = 1 + \sqrt{x^2 - 1}$

$\Rightarrow f_1(x_1) = f_1(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

$\Rightarrow 1 + \sqrt{x_1^2 - 1} = 1 + \sqrt{x_2^2 - 1}$

$x_1^2 - 1 = x_2^2 - 1$

$x_1^2 - x_2^2 = 0$

$(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 0$

PERO:

$1 \leq x_1 < 5$
 $1 \leq x_2 < 5$ (+)

$2 \leq x_1 + x_2 < 10$

$\neq 0$

$\therefore x_1 - x_2 = 0$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

$\Rightarrow 1 \leq x < 5$

$1 \leq x^2 < 25$

$0 \leq x^2 - 1 < 24$

$0 \leq \sqrt{x^2 - 1} < \sqrt{24}$

$1 \leq 1 + \sqrt{x^2 - 1} < 1 + \sqrt{24}$

$\text{RAN } f_1 = [1, 1 + \sqrt{24})$

* SEA: $f_2(x) = \frac{x+4}{x+2}$

$\Rightarrow f_2(x) = 1 + \frac{2}{x+2}$

$\Rightarrow f_2(x_1) = f_2(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

$1 + \frac{2}{x_1+2} = 1 + \frac{2}{x_2+2}$

$\Rightarrow x_1 + 2 = x_2 + 2$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

$\Rightarrow x < -2$

$x+2 < 0$

$\frac{1}{x+2} < 0$

$\frac{2}{x+2} < 0$

$1 + \frac{2}{x+2} < 1$

$\Rightarrow \text{RAN } f_2 = (-\infty, 1)$

$\text{RAN } f_1 \cap \text{RAN } f_2 = [1, 1 + \sqrt{24}) \cap (-\infty, 1) = \emptyset$

$\therefore f$ ES INYECTIVA

\Rightarrow SEA: $1 + \sqrt{x^2 - 1} = y_1$

$\sqrt{x^2 - 1} = y_1 - 1$

$x^2 - 1 = (y_1 - 1)^2$

$x^2 = (y_1 - 1)^2 + 1$

$\Rightarrow x_1 = \pm \sqrt{(y_1 - 1)^2 + 1}$

$\therefore f_1^{-1}(x) = \pm \sqrt{(x-1)^2 + 1}$

DOME: $\text{Dom } f_1^{-1} = \text{RAN } f_1$

$\Rightarrow \text{Dom } f_1^{-1} = [1, 1 + \sqrt{24})$

$\text{RAN } f_1^{-1} = \text{Dom } f_1$

$\Rightarrow \text{RAN } f_1 = [1, 5)$

$$\Rightarrow \text{Sea: } y_2 = 1 + \frac{2}{x_2 + 2}$$

$$\Rightarrow x_2 + 2 = \frac{2}{y_2 - 1}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{2}{y_2 - 1} - 2$$

$$\Rightarrow f_2^{-1}(x) = \frac{2}{x-1} - 2$$

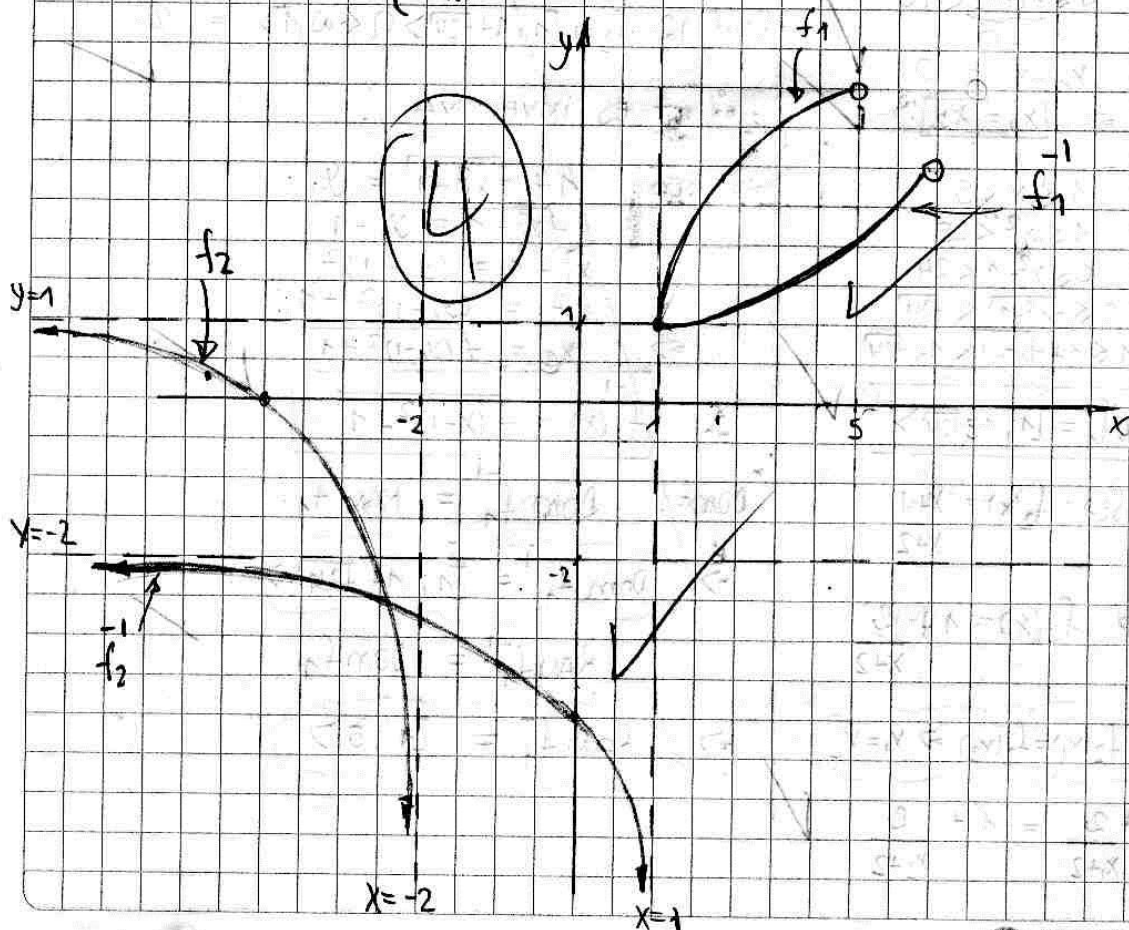
$$\bullet \text{ Dom } f_2^{-1} = \text{Ran } f_2$$

$$\text{Dom } f_2^{-1} = \langle -\infty; 1 \rangle$$

$$\bullet \text{ Ran } f_2^{-1} = \text{Dom } f_2$$

$$\text{Ran } f_2^{-1} = \langle -\infty; -2 \rangle$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + 1} & ; x \in [1; 1 + \sqrt{24}] \\ \frac{2}{x-1} - 2 & ; x \in \langle -\infty; 1 \rangle \end{cases}$$



PROBLEMA Nº 2:

$$f(x) = -2 + 3 \cos\left(\frac{6\pi}{7} - \frac{4\pi}{7}x\right)$$

$$\rightarrow f(x) = 3 \cos\left(\frac{4\pi}{7}x - \frac{6\pi}{7}\right) - 2$$

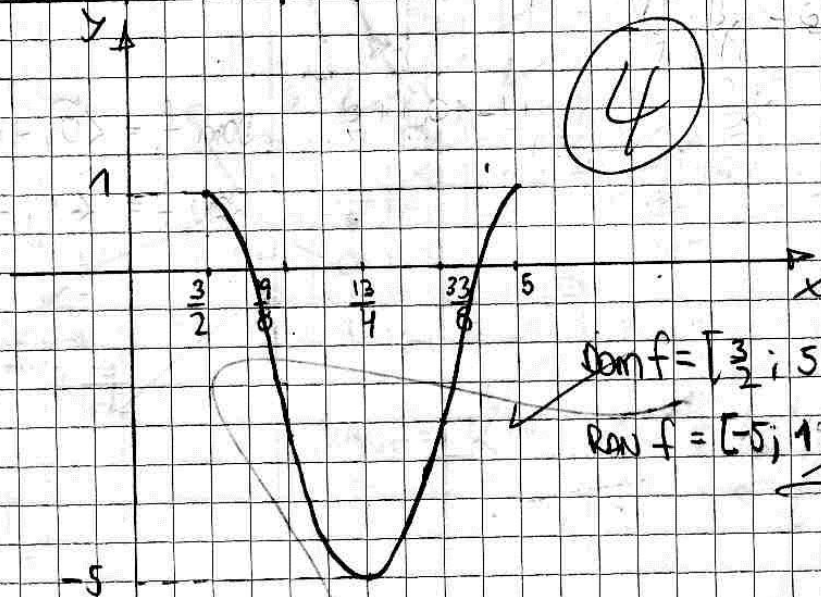
$$* T = \frac{2\pi}{\frac{4\pi}{7}} = \frac{14\pi}{4\pi} \Rightarrow \boxed{T = \frac{7}{2}}$$

$$* \text{SEA: } \frac{4\pi}{7}x - \frac{6\pi}{7} = 0$$

$$x = \frac{6\pi}{4\pi} \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{3}{2}}$$

$$* \text{SEA: } x_2 = x_1 + T = \frac{3}{2} + \frac{7}{2} \Rightarrow \boxed{x_2 = 5}$$

x	$\frac{3}{2}$	$\frac{19}{8}$	$\frac{13}{4}$	$\frac{33}{8}$	5
f(x)	1	-2	-5	-2	1



$$\text{Dom } f = \left[\frac{3}{2}; 5\right]$$

$$\text{Ran } f = [-5; 1]$$

Problema N° 4:

$$\beta: \begin{cases} x = t^2 \\ y = t^4 + 3t^2 - 1 \end{cases} ; t > 0$$

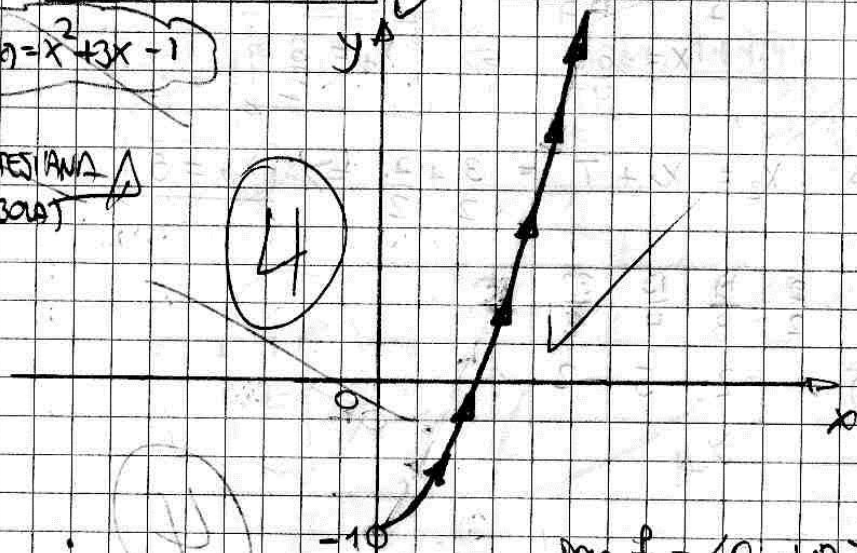
t	0	1	$\sqrt{2}$	2	3
x	0	1	2	4	9
y	-1	3	6	27	107

$$\Rightarrow y = t^4 + 3t^2 - 1 \quad \wedge \quad x = t^2$$

$$\Rightarrow y = x^2 + 3x - 1$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 3x - 1$$

EC. CARRETERA
(PARABOLA)



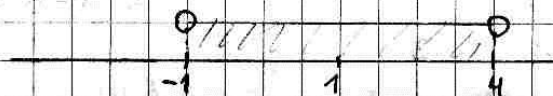
$$\text{Dom } f = \langle 0, +\infty \rangle$$

$$\text{Ran } f = \langle -1, +\infty \rangle$$

Soluzioni N. 3):

$$f(x) = \begin{cases} x \operatorname{Sgn}(x^2 - 1) & ; x \in \langle -1, 4 \rangle \\ \log_3(x+4) & ; x \in \langle -4, -1 \rangle \end{cases}$$

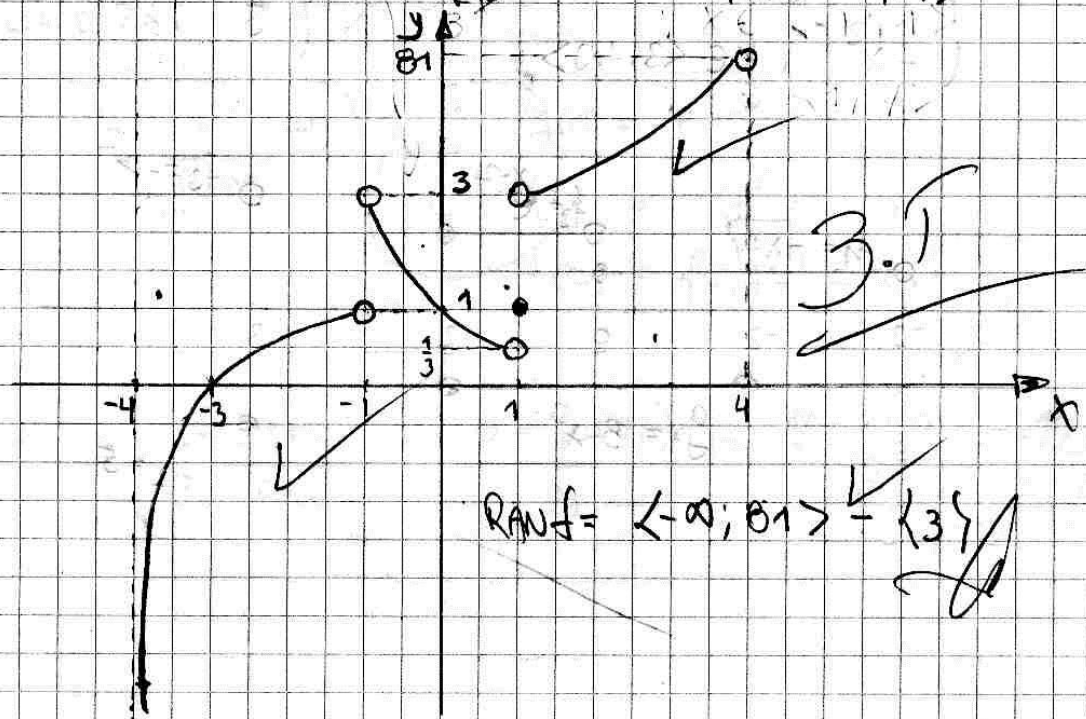
$$* \operatorname{Sgn}(x^2 - 1) = \begin{cases} -1 & ; x^2 - 1 < 0 \quad \wedge \quad x \in \langle -1, 1 \rangle \\ 0 & ; x^2 - 1 = 0 \quad \wedge \quad x \in \langle -1, 1 \rangle \\ 1 & ; x^2 - 1 > 0 \quad \wedge \quad x \in \langle 1, 4 \rangle \end{cases}$$



$$\operatorname{Sgn}(x^2 - 1) = \begin{cases} -1 & ; x \in \langle -1, 1 \rangle \\ 1 & ; x \in \langle 1, 4 \rangle \end{cases}$$

REDIMENSIONO:

$$f(x) = \begin{cases} \log_3(x+4) & ; x \in \langle -4, -1 \rangle \\ x \operatorname{Sgn}(x^2 - 1) & ; x \in \langle -1, 4 \rangle \\ 3^x & ; x \in \langle 1, 4 \rangle \end{cases}$$



$$\operatorname{Ran} f = \langle -\infty, 81 \rangle \setminus \{3\}$$

$x = -4$

Solución No (5):

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4} & ; x \in (-3; 0] \\ e^{x-2} & ; x \in (0; 2] \\ x^2 \operatorname{Sgn}(1-x^2) & ; x \in (3; +\infty) \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} |x^3-8| & ; x \in [-2; 2] \\ 5 & ; x \in (3; +\infty) \end{cases}$$

$$\operatorname{Sgn}(1-x^2) = \begin{cases} -1 & ; 1-x^2 < 0 \wedge x \in (3; +\infty) \\ 0 & ; 1-x^2 = 0 \wedge x \in (3; +\infty) \\ 1 & ; 1-x^2 > 0 \wedge x \in (3; +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} * \quad & -2 \leq x \leq 2 \\ & -8 \leq x^3 \leq 8 \\ & -16 \leq x^3 - 8 \leq 0 \end{aligned}$$

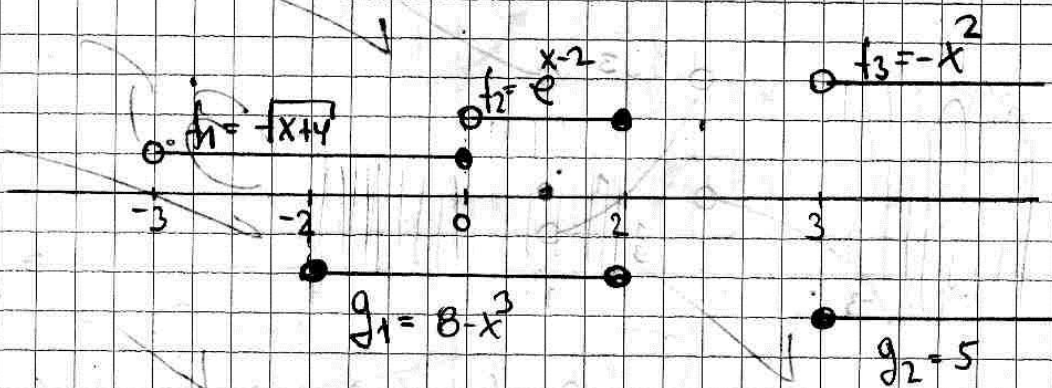
$$\Rightarrow |x^3-8| = -(x^3-8)$$



$$\operatorname{Sgn}(1-x^2) = -1 \quad ; x \in (3; +\infty)$$

REDEFINIR LAS FUNCIONES:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4} & ; x \in (-3; 0] \\ e^{x-2} & ; x \in (0; 2] \\ -x^2 & ; x \in (3; +\infty) \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 8-x^3 & ; x \in [-2; 2] \\ 5 & ; x \in (3; +\infty) \end{cases}$$



$$a) \left(\frac{g-f}{f \cdot g} \right)(x) : \Rightarrow \begin{array}{l} f(x) \neq 0 \quad \wedge \quad g(x) \neq 0 \\ \sqrt{x+4} \neq 0 \quad \wedge \quad 8-x^3 \neq 0 \\ e^{x-2} \neq 0 \quad ; \quad \boxed{x \neq 2} \\ -x^2 \neq 0 \quad \wedge \quad g(2) \neq 0 \end{array}$$

* Para el dominio de $f \Rightarrow f_1, f_2 \wedge f_3$ son diferentes de cero.

$$\left(\frac{g-f}{f \cdot g} \right)(x) = \begin{cases} \frac{(8-x^3) - \sqrt{x+4}}{(8-x^3) \cdot (\sqrt{x+4})} & ; \quad x \in [-2; 0] \\ \frac{(8-x^3) - e^{x-2}}{(8-x^3) \cdot (e^{x-2})} & ; \quad x \in (0; 2) \\ \frac{5+x^2}{5(-x^2)} & ; \quad x \in (3; +\infty) \end{cases}$$

$$b) \left(\frac{g(0) + 2f(4)}{f(0)} \right) = 4 \quad \begin{array}{l} g(0) = 8 - 0^3 = 8 \\ f(4) = -(4)^2 = -16 \\ f(0) = \sqrt{0+4} = 2 \end{array}$$

$$\rightarrow \frac{g(0) + 2f(4)}{f(0)} = \frac{8 + 2(-16)}{2} = \frac{8 - 32}{2} = -12$$